ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертационную работу
Карпиковой Алины Вячеславовны
"Метод подобных операторов в спектральном анализе дифференциальных операторов второго порядка с негладким потенциалом",
представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 - вещественный, комплексный и функциональный анализ

Диссертация посвящена исследованию спектральных свойств дифференциального оператора второго порядка с негладким комплексным потенциалом и с областью определения, задаваемой квазипериодическими краевыми условиями. Так как методом исследования указанного оператора служит метод подобных операторов, то в диссертации проведена также модификация метода подобных операторов, для удобства его применения к рассматриваемому классу задач.

Актуальность тематики исследования связана с тем, что получение уточненных формул для собственных значений изучаемых дифференциальных операторов важно при оценке лакун в спектре соответствующего оператора. Более того, при изучении условий спектральности дифференциальных операторов второго порядка важны оценки отклонений проекторов от классических систем проекторов, также приводимых в диссертации.

Остановимся кратко на содержании диссертации, состоящей из введения, четырех глав, разбитых на параграфы, и списка литературы, состоящего из 61 наименования. Общий объем диссертации составляет 123 страницы.

Во введении автор определяет цели исследования, обосновывает актуальность рассматриваемой задачи и описывает основные результаты, вынесенные на защиту.

В первой главе приводятся основные сведения из теории операторов, которые используются при доказательстве результатов диссертации. Автор формулирует основные определения и теоремы из метода подобных операторов, а также задает изучаемый дифференциальный оператор второго порядка с негладким потенциалом $L_\theta : D(L) \subset L_2[0,\omega] \to L_2[0,\omega], \theta \in [0,1]$, порожденный на промежутке $[0,\omega]$ дифференциальным выражением $l(x) = -x'' - vx$, с областью определения, задаваемой квазипериодическими краевыми условиями.

Вторая глава посвящена исследованию спектральных свойств абстрактных линейных операторов, задаваемых в произвольном сепарабельном гильбертовом пространстве $\mathcal{H}$. Вводятся ортогональные проекторы Рисса $\mathbb{P}_n = \mathbb{P}_{\theta,n}, n \in \mathbb{Z}_+, \theta \in 0,1$, построенные по последовательности собственных значений оператора A_θ. Результатом исследований становится теорема о подобии оператора $A_\theta - B$ оператору, матрица которого блочно-диагональная. Доказательство этой теоремы позволило получить асимптотические формулы для собственных значений рассматриваемых операторов (теорема 2.3). Результаты этой главы являются основой для последующего спектрального анализа изучаемого оператора Штурма-Лиувилля.

В третьей главе осуществляется предварительное преобразование подобия оператора Штурма-Лиувилля к оператору Гильберта-Шмидта, описанное в теореме 3.1. После данного преобразования появляется возможность применять результаты второй главы диссертации. Особо хотелось бы отметить оценки (3.2)-(3.16), которые используются при дальнейших оценках асимптотики собственных значений изучаемого оператора.

Заключительная глава содержит асимптотические оценки собственных значений исследуемого оператора Штурма-Лиувилля (теоремы 4.1 - 4.8), а также оценки равносходимости спектральных разложений (теоремы 4.9 – 4.11). Полученные результаты являются новыми и более точными, по сравнению с известными ранее.

По диссертации имеются следующие замечания:

1. В главе 1 § 1 было бы удобнее, если после каждого утверждения стояла ссылка на соответствующий источник, тем более, что все источники есть в списке литературы. Там же удобнее, на мой взгляд, сначала выписать все определения и теоремы, относящиеся к банахову пространству, а потом к гильбертовому, а не вперемешку, чтобы не возникало путаницы.

2. Замечание 1.1. на стр.28 не замечание, а определение спектрального следа.

3. В замечании 1.5 на стр.30 в формуле для проектора потерян x.

4. В главе 2 лемме 2.2. (стр.48) в правой части формулы 2.15 должна стоять величина $\max\{\theta^{-1}, (1-\theta)^{-1}\}, \theta \in (0,1)$, вместо величины θ^{-1}. На дальнейших результатах это никак не сказывается, т.к. получаемые оценки являются асимптотическими и можно везде далее рассматривать некоторую константу $C(\theta)$. В этой же лемме также вместо $|i-j| \geq m+1$, надо писать $\max\{i,j\} \geq m+1$. На самом деле именно $\max\{i,j\}$ и учитывается в дальнейшем.

Резюмируя, можно заключить, что в диссертации А.В.Карпиковой приведены важные исследования по спектральной теории дифференциальных операторов второго порядка с квазипериодическими краевыми условиями и по дальнейшему развитию метода подобных операторов. Основные результаты диссертации являются новыми и полностью обоснованными. Полученные в диссертации результаты могут быть перенесены на соответствующие дифференциальные операторы с негладким матричным потенциалом.

Основные результаты своевременно опубликованы, причем три работы опубликованы в журналах из перечня рецензируемых научных журналов и изданий, рекомендованных ВАК Минобрнауки РФ. Автореферат правильно отражает содержание диссертации.

Считаю, что представленная диссертация удовлетворяет всем требованиям ВАК РФ, предъявленным к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 – вещественный, комплексный и функциональный анализ, а ее автор – Карпикова Алина Вячеславовна заслуживает присвоения ученой степени кандидата физико-математических наук.

Адрес: Московский просп., 14, Воронеж, Воронежская обл., 394026

e-mail: nat-uskova@mail.ru

К. ф-м н., доцент Воронежского

государственного технического университета Ускова Н.Б.

Личную подпись Н.Б. Усковой

УДОСТОВЕРЯЮ

«29» октября 2015 г.

Начальник отдела по работе с персоналом

А.В. Сухочева